

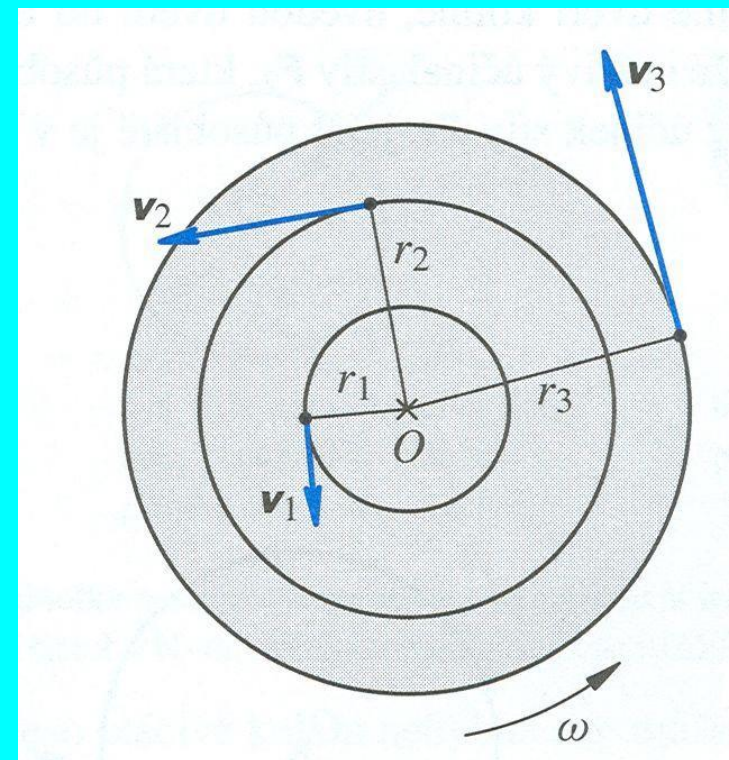
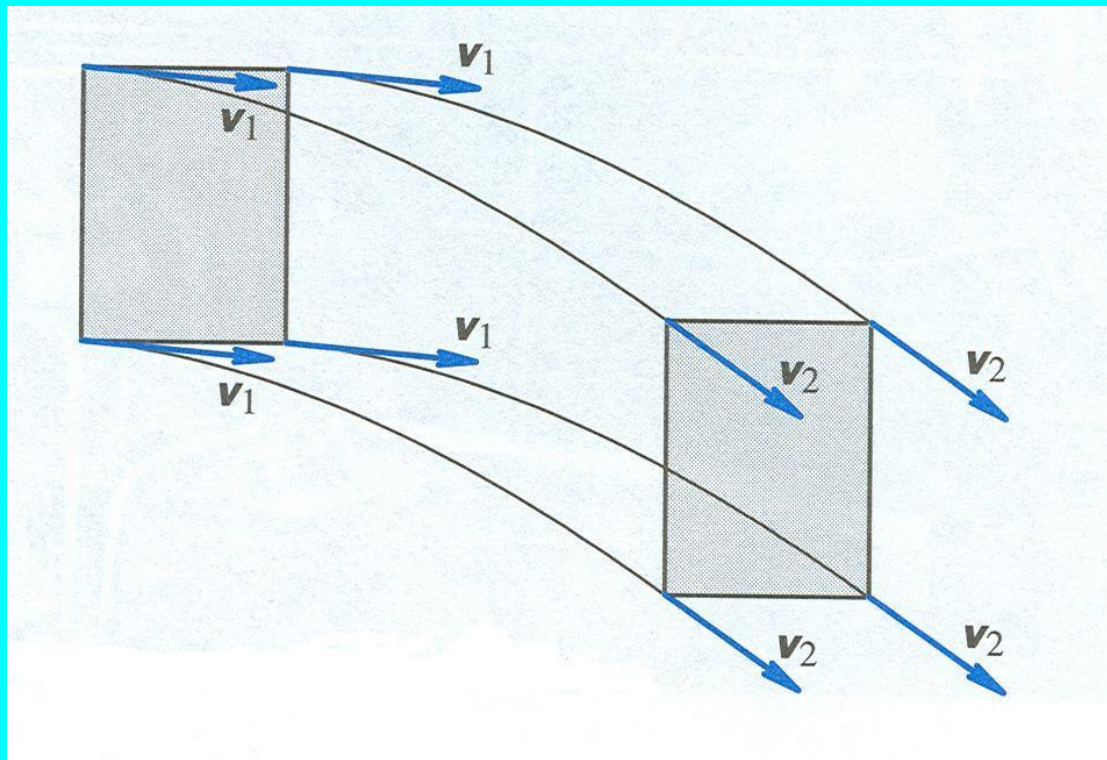


5 Mechanika tuhého telesa

Ciele:

- Definovať tuhé teleso a moment sily.
- Charakterizovať ťažisko.
- Definovať moment hybnosti telesa a vysvetliť 2. vetu impulzovú.
- Vysvetliť moment zotrvačnosti hmotného bodu a telesa. Odvodiť vzťah na výpočet kinetickej energie rotačného pohybu.

- Charakterizujte translačný a rotačný pohyb telesa.



Obr. 5.1 Translačný a rotačný pohyb (Hůlová, 2006).

Moment sily

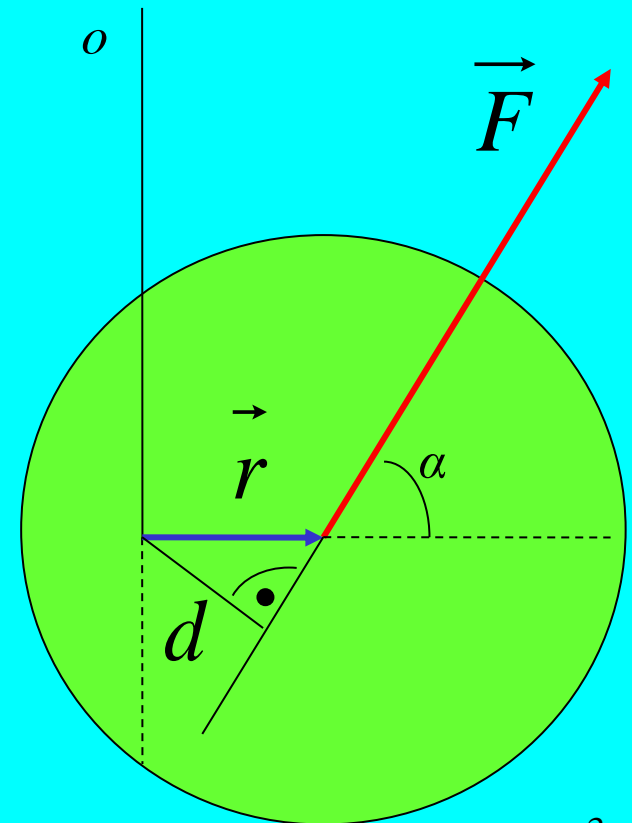
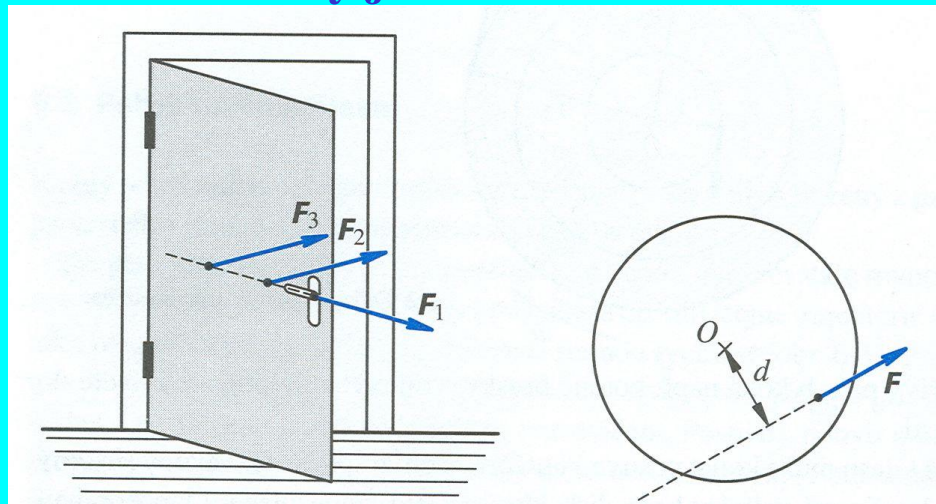
- Opisuje otáčavý účinok sily vzhľadom na danú os otáčania
- Závisí od veľkosti, smeru i pôsobiska sily

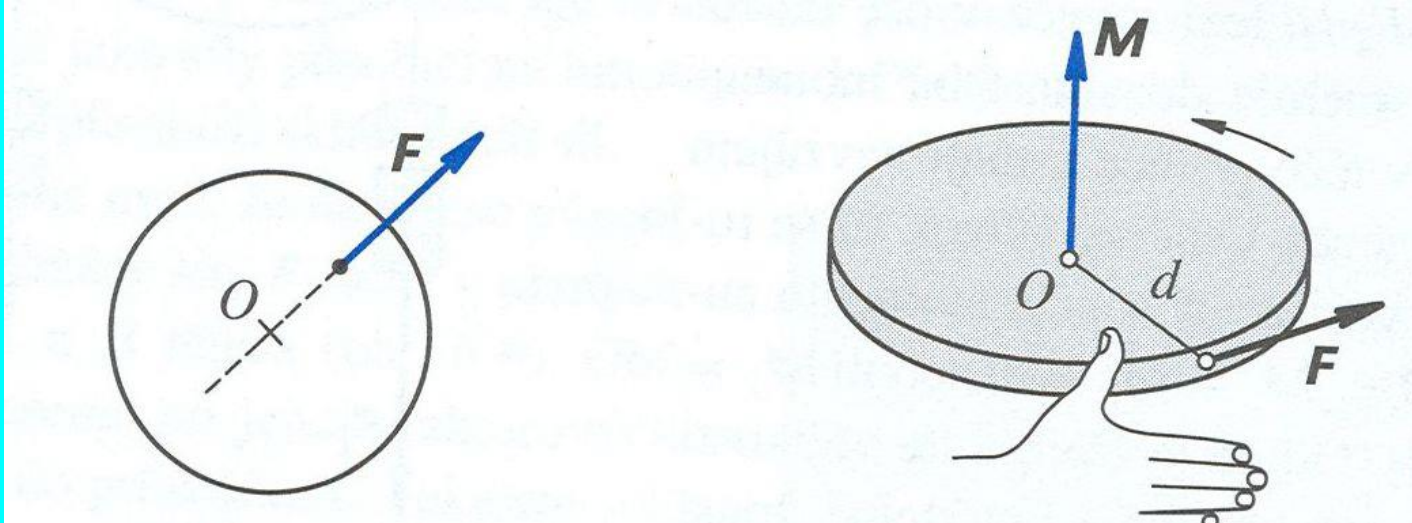
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha = d \cdot F$$

$$d = r \cdot \sin \alpha$$

- Vektor d sa nazýva **rameno sily** F vzhľadom k osi otáčania
- $[M] = \text{N.m}$
- **N.m je rozmerovo rovné J, ale moment sily je to vektorová veličina.**





Obr. 5.3 Pravidlo pravej ruky (Hůlová, 2006).

- Smer vektora momentu sily určíme pomocou pravidla pravej ruky:
- **Ak pravú ruku položíme na teleso tak, aby ohnuté prsty ukazovali smer sily spôsobujúcej otáčanie, potom vystretý palec ukazuje smer vektora momentu sily. Smer je vždy kolmý na rovinu otáčania.**
- Posunutím sily po vektorovej priamke sa moment sily nemení
- Pri viacerých silách súčasne pôsobiacich na teleso:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots + \vec{M}_n$$

Ťažisko

- Ťažisko je miesto, kde pôsobí výsledná tiažová sila.
- Môže sa nachádzať aj mimo telesa.
- Polohu ťažiska sústavy 2 hmotných bodov určíme:

$$x_T = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2},$$

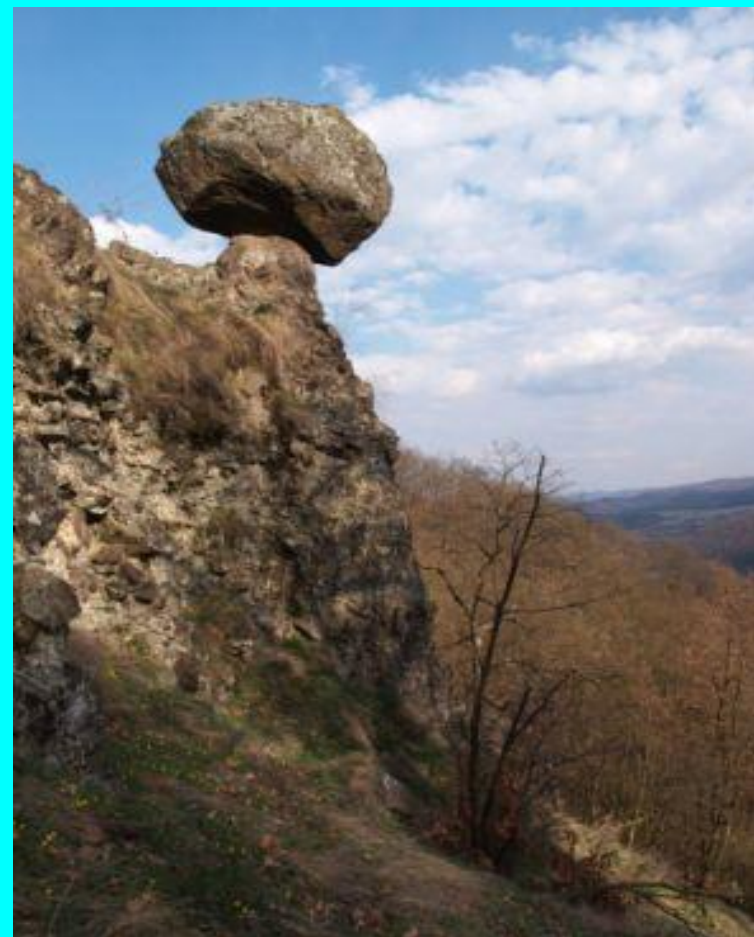
$$y_T = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2},$$

$$z_T = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$$

Rovnovážna poloha tuhého telesa

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = \vec{0}$$



Obr. 5.4 Čertova skala (Oravec, 2010).

Moment hybnosti

- **Moment hybnosti** hmotného bodu vzhľadom k osi O definujeme – celkom analogicky ako moment sily
- vektorový súčin polohového vektora \mathbf{r} a hybnosti $m\mathbf{v}$ hmotného bodu

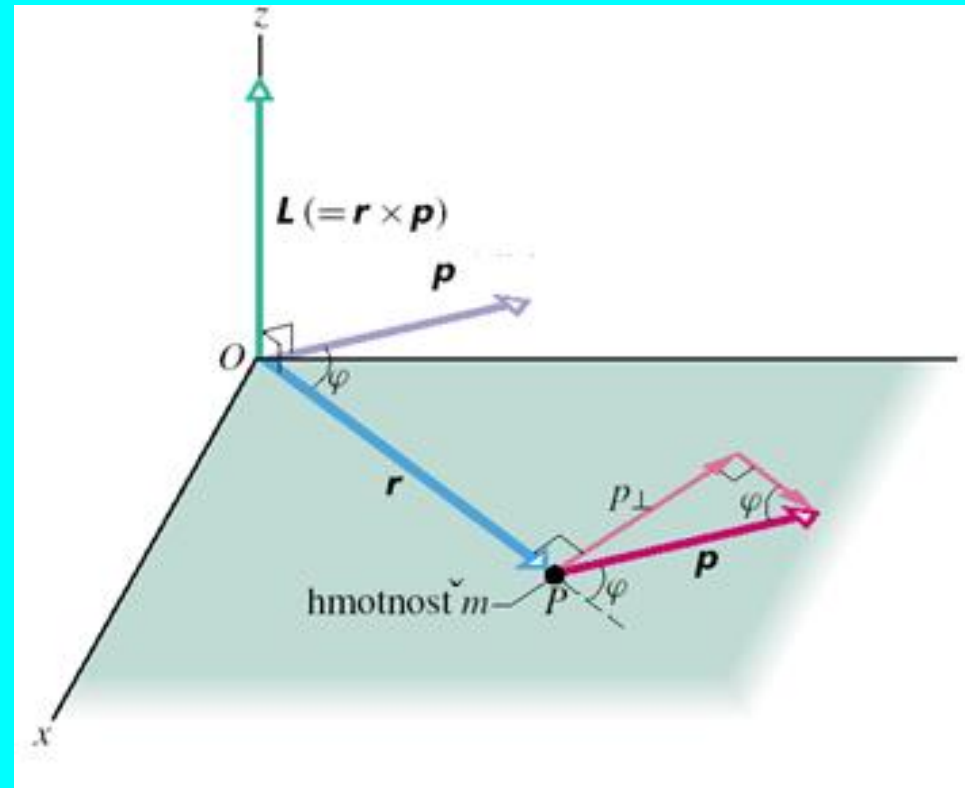
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

Veľkosť momentu hybnosti:

$$L = m \cdot r \cdot v \cdot \sin \varphi$$

$$[L] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$



Obr. 5.5 Moment hybnosti (Holliday, 1997).

Rotačný pohyb

- má každý hmotný bod m_i v rovnakom okamihu rovnakú uhlovú rýchlosť.

$$v_i = \omega \cdot r_i$$

$$J = \sum m_i r_i^2$$

Moment zotrvačnosti

$$[J] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

V telesách so spojitou rozloženou hmotou:

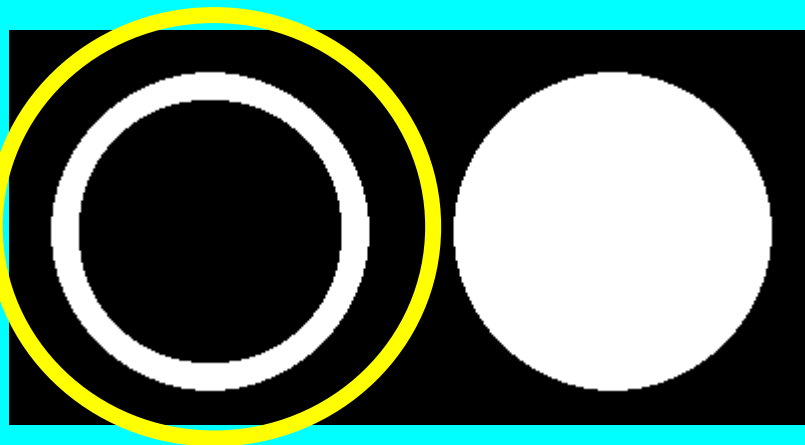
$$J = \int r^2 \cdot dm$$

$$E_k = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$E_{kR} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

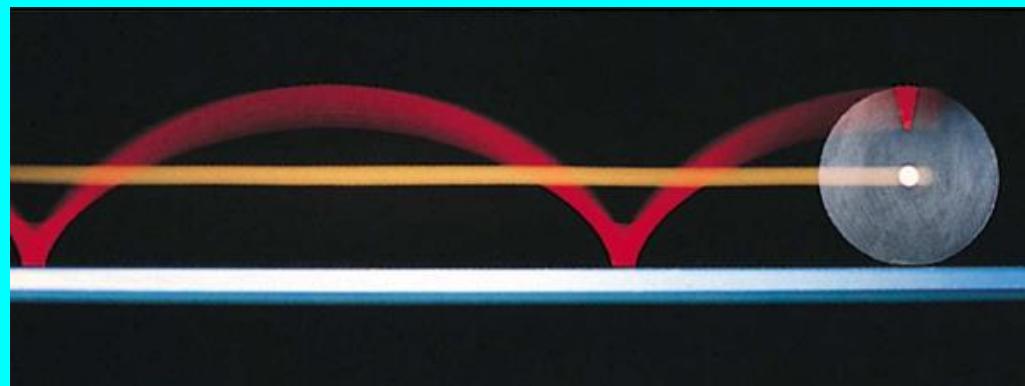
Ktoré z týchto telies má pri rovnakých hmotnostiach väčší moment zotrvačnosti?

$$J = \sum m_i r_i^2$$



toto

Obr. 5.6 Moment zotrvačnosti plného a dutého valca.



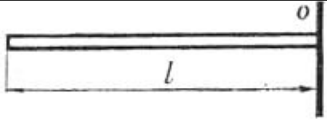
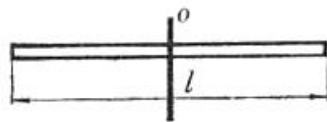
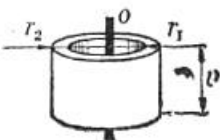
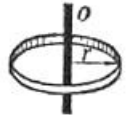

Obr. 5.7 Valivý pohyb (Holliday, 1997).

Valenie

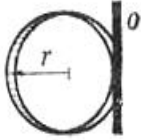
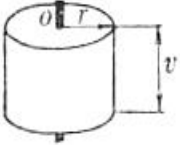

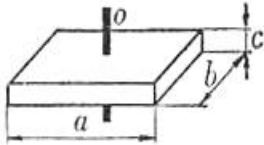
- súčasný translačný a rotačný pohyb
- valiaci sa valec, alebo guľa, Zem pri pohybe okolo Slnka ap.

$$E_k = E_{kT} + E_{kR} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2.$$

Tab 5.1 Momenty zotrvačnosti niektorých telies.

Teleso	Os otáčania	Obrázok	Moment zotrvačnosti
Tenká tyč dĺžky l	Kolmá na tyč – na jej konci		$\mathcal{J} = \frac{1}{3} ml^2$
Tenká tyč dĺžky l	Kolmá na tyč – v jej strede		$\mathcal{J} = \frac{1}{12} ml^2$
Dutý valec – výška v polomery r_1 a r_2	Os súmernosti valca		$\mathcal{J} = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$
Tenký prstenec – obruč polomeru r	Stredom, kolmo na rovinu prstenca		$\mathcal{J} = mr^2$
Tenký prstenec – obruč polomeru r	Ľubovoľný priemer		$\mathcal{J} = \frac{1}{2} mr^2$

Tab 5.1 Momenty zotrvačnosti niektorých telies.

Teleso	Os otáčania	Obrázok	Moment zotrvačnosti
Tenký prstenec – obruč polomeru r	Ľubovoľná dotyčnica		$J = \frac{3}{2} mr^2$
Plný valec – výška v a polomer r	Os súmernosti valca		$J = \frac{1}{2} mr^2$
Plná guľa s polomerom r Tenkostenná guľová škrupina	Ľubovoľný priemer		$J = \frac{2}{5} mr^2$ $J = \frac{2}{3} mr^2$
Pravouhlý rovnobežnosten (kváder)	Prechádzajúca stredom		$J = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$

Tab 5.2 Analogické veličiny a vzťahy opisujúce translačný a rotačný pohyb

Translačný pohyb	Rotačný pohyb
Dráha s	Uhlová dráha (uhol otočenia) φ
Rýchlosť v	Uhlová rýchlosť ω
Sila F	Moment sily M
Hmotnosť m	Moment zotrvačnosti J
Hybnosť $p = m.v$	Moment hybnosti $L = J. \omega$

Vzt'ah	Translačný pohyb	Rotačný pohyb
Pohybová rovnica	$F = m.a$	$M = J.\varepsilon$
Práca	$W = F.s$	$W = M.\varphi$
Výkon	$P = F.v$	$P = M.\omega$
Kinetická energia	$E_k = 0,5.m.v^2$	$E_k = 0,5.J.\omega^2$
Impulzové vety	prvá $F.dt = dp$	druhá $M.dt = dL$

Pohybová rovnica rotačného pohybu

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\varepsilon}$$

- korešponduje 2. Newtonovmu pohybovému zákonu pre translačný pohyb

2. veta impulzová

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad L = J \cdot \omega$$

$$M = \frac{d}{dt}(J \cdot \omega)$$

Zákon zachovania momentu hybnosti

Ak je výsledný moment sily pôsobiacej na teleso nulový, potom jeho moment hybnosti je konštantný.

$$J \cdot \omega = \text{konšt.}$$

Zdroje obrázkov

1. Halliday D., Resnick R., Walker J. 1997. Fyzika. Praha : VUTIUM a PROMETHEUS, 1997. ISBN 80-214-1869-9.
2. Hůlová, H., Lepík, L. 2006. Kmitání. [Online] 2006. [Dátum: 11. 11. 2018.] <http://www.gsos.cz/index.php?clanek=./projektf.php>.
3. Oravec, R. 2010. Čertova skala – geologická rarita Slovenska. [Online] 1. 10. 2010. [Dátum: 11. 11. 2018.] <http://cestovanie.aktuality.sk/potulky-slovenskom/priroda-a-turistika/skalny-hrib-certova-skala-geologicka-rarita-slovenska/>.