

## 4 Stanovenie modulu pružnosti materiálov

### Potreby:

2 vzorky smreku v tvare plochých tyčí rôzneho obsahu plošného prierezu, odchýlkomer KINEX, závažia, podstavce, meter.



*Obr. 4.1 Usporiadanie experimentálnej zostavy pre určenie modulu pružnosti*

### Teória:

Mechanické vlastnosti materiálov pri statickom jednoosom zaťažovaní patria medzi veľmi dôležité materiálové vlastnosti najmä pre stavebné materiály. Medzi základné mechanické vlastnosti zaraďujeme Youngov modul pružnosti, medza elasticity, medza sklzu, pevnosť a ťažnosť. Tieto vlastnosti sa určujú najčastejšie skúškami v ťahu, tlaku, ohybe a šmyku, pričom hodnoty získané rôznymi metódami sa buď líšia alebo niektoré sú pre daný typ skúšky nedefinované (hlavne ťažnosť).

Uvedené mechanické vlastnosti sa pre každý typ skúšky určujú z deformačnej závislosti ktorú možno vyjadriť buď v tvare závislosti pôsobiacej sily od predĺženia alebo vo všeobecnosti v tvare závislosti napätia od deformácie.

Napätie vo vzorke sa pre homogénne materiály definuje podielom pôsobiacej sily ku ploche ktorá je touto silou zaťažená. Deformácia sa štandardne určuje ako podiel zmeny dĺžky ku pôvodnej dĺžke vzorky. Závislosť napätia od deformácie má rôzne oblasti s ktorých najdôležitejšie sú tzv. **oblasť elastickej deformácie, oblasť plastickej deformácie a oblasť porušovania materiálu**. Pod **oblasťou elastickej deformácie** rozumieme takú oblasť pre ktorú platí, že ak sa odoberie napätie

spôsobujúce deformáciu vzorky, tak sa vzorka po určitom čase vráti do pôvodnej polohy.

Pod **oblasťou plastickej deformácie** rozumieme takú oblasť pre ktorú platí, že ak sa odoberie napätie spôsobujúce deformáciu vzorky, tak sa vzorka nikdy už nevráti do pôvodnej polohy, lebo vo vzorke už došlo k posuvu kryštalografických rovín.

Ak je vysoké množstvo kryštalografických rovín posunutých tak väzbové sily sú výrazne oslabené čoho dôsledkom je po následovnom pôsobení napätia **postupné porušovanie väzieb materiálu**, ktoré končí lomom materiálu.

Spôsob porušovania materiálu sa líši od typu deformácie materiálu.

Veľmi dôležitým zákonom, ktorý popisuje elastickú oblasť deformácie je tzv. Hookov zákon, ktorý hovorí

### Deformácia je priamoúmerná napätiu materiálu.

Pri mechanickom zaťažovaní sa meria miera deformácie v závislosti od miery napätia materiálu. Hookov zákon možno popísať v nasledovnom tvare (4.1)

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4.1)$$

Kde:

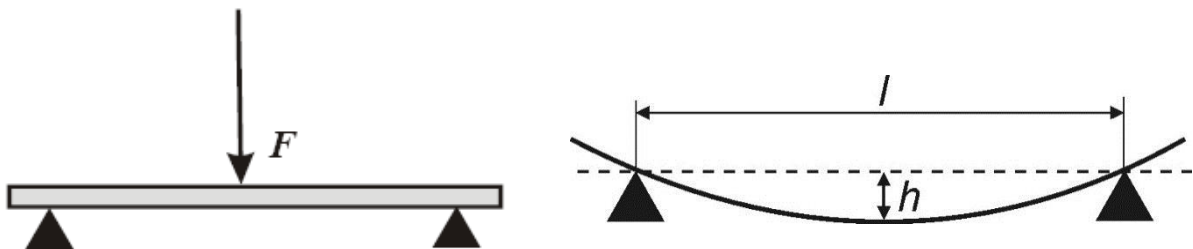
$\sigma$  - napätie materiálu v Pa(MPa)

$\varepsilon$  - deformácia materiálu, bezrozmerná veličina

$E$  – Youngov modul pružnosti v Pa(MPa)

Poznámka: Modul pružnosti teda predstavuje mieru deformácie pri danom napätí materiálu. Čím je hodnota modulu pružnosti vyššia, tým vyššia hodnota napätia musí pôsobiť v materiáli aby deformácia bola plastická. Spravidla materiály ktoré majú vyšší modul pružnosti majú aj vyššiu pevnosť a teda sa častejšie používajú ako konštrukčné prvky.

V ďalšom texte opíšeme spôsob určovania modulu pružnosti v ohybe. V prípade, ak je tyč voľne uložená na dvoch podperách a zaťažená v strede silou  $F$ , v mieste podopretia pôsobia na tyč dve sily veľkosti  $F/2$  opačného smeru. Zaťažujúca sila pritom deformuje tyč a výsledkom je priehyb tyče (obr. 4.2).



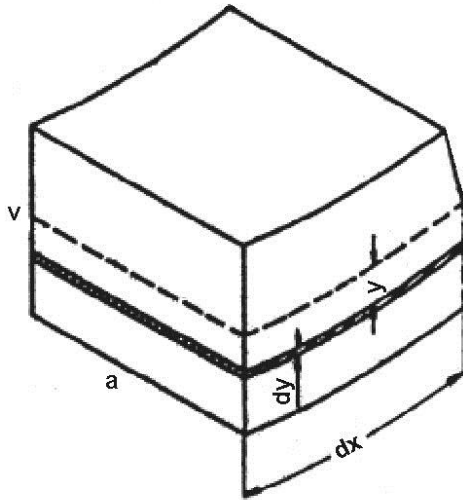
Obr. 4.2 Schéma zaťaženia telesa v ohybe

Odvodenie vzťahu pre výpočet priehybu je pomerne náročné a vychádza z analýzy síl a momentov pôsobiacich na tyč, preto uvedieme len stručné odvodenie.

Sila pôsobiaca na element tyče v smere osi x spôsobujúca predĺženie elementu tyče je definovaná podľa Hookeovho zákona vzťahom

$$\frac{dF_x}{dS} = E \cdot \frac{dl}{dx}$$

kde  $dS = a \cdot dy$  (podľa obrázka 4.3).



Obr. 4.3 K odvodeniu vzťahu pre prieťah nosníka

Táto sila vytvára moment

$$dM_z = y \cdot dF_x = \frac{2 \cdot E \cdot a \cdot \sigma}{v \cdot dx} \cdot y^2 dy$$

kde  $E$  je modul pružnosti,  $F$  je veľkosť zaťažujúcej sily,  $l$  je vzdialenosť podpier na ktorých je vzorka uložená,  $a$  je šírka vzorky (v smere kolmom na zaťažujúcu silu),  $h$  je prieťah vzorky pri zaťažení danou silou,  $a$  a  $v$  je výška vzorky (v smere zaťažujúcej sily).

Súčet momentov vytvorených silou  $F_x$  musí byť v rovnováhe s momentom vytvoreným vonkajšou silou  $F_y / 2$ , pre ktorú platí

$$\frac{F_y}{2} \cdot x = \frac{E \cdot a \cdot \sigma \cdot v^2}{6 dx}$$

z čoho úpravou získame výraz v tvare

$$dh = \frac{6 \cdot F_y \cdot x^2}{E \cdot a \cdot v^3} dx$$

Integráciou posledného výrazu získame vzťah pre výpočet prieťahu v tvare

$$h = \frac{F \cdot l^3}{4 \cdot E \cdot a \cdot v^3} \quad (4.2)$$

Vzťah pre výpočet modulu pružnosti testovaného materiálu určíme po úprave vzťahu (4.2) v tvare

$$E = \frac{m \cdot g \cdot l^3}{4 \cdot a \cdot h \cdot v^3} \quad (4.3)$$

Kde:

- l – vzdialenosť podpier v m
- a – priemerná šírka vzorky v m
- v – priemerná hrúbka vzorky v m
- h – prieťah vzorky v m
- m – celková hmotnosť závaží na vzorke v kg
- g – gravitačné zrýchlenie rovné  $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

**Cieľ:**

Stanoviť modul pružnosti 2 vzoriek smrekového dreva

**Pracovný postup:**

1. Zmeriame priemernú hrúbku vzorky v a šírku vzorky a
2. Experimentálne zariadenie zostavíme podľa obrázka 4.1. Vzdialenosť podpier nastavíme tak aby konce použitej tyče boli na úplnom konci podpier.
3. Na trojboké podstavce položíme vzorku PMMA. Držiak na mikrometrické meradlo umiestnime tak, aby bol pohyblivý piest meradla v strede meranej vzorky medzi podperami. Odmeriame vzdialenosť medzi podperami l.
4. Do stredu vzorky umiestnime nosič závažia, na ktorý naložíme závažia o hmotnosti 1000 g, 900 g, 800 g, 700 g, ..., 100 g, 0g(+10g držiak závaží).
5. Postupne meriame relatívnu deformáciu pri záťažach 1010g, 910g, 810g, 710g, 610g, 510g, 410g, 310g, 210g, 110g, 10g.
6. Hodnotu prieťahu h určíme ako absolútnu hodnotu z rozdielu deformácie pri danej hmotnosti a deformácie pre 10g.
7. Podľa vzťahu 4.3 vypočítame moduly pružnosti pri jednotlivých zaťažujúcich silách, kde za referenčnú hodnotu berieme hodnotu prieťahu pri 10g.
8. Zo získaných hodnôt stanovíme priemernú hodnotu modulu pružnosti  $E_E$  a určíme percentuálnu odchýlku podľa vzťahu  $PO = \frac{|E_E - E_T|}{E_T} \cdot 100\%$ . Tabuľková hodnota  $E_T$  pre vzorky smrekového dreva je 10 GPa.

**Kontrolné otázky:**

**A.**

1. Definujte a vysvetlite Hookeov zákon!
2. Vysvetlite čo predstavuje Youngov modul pružnosti!

**B.**

1. Kde v priebehu experimentu vzniká najväčšia chyba? Viete vysvetliť čo je jej príčinou?
2. Ako závisí veľkosť prieťahu od plošného obsahu priečného rezu vzorky?