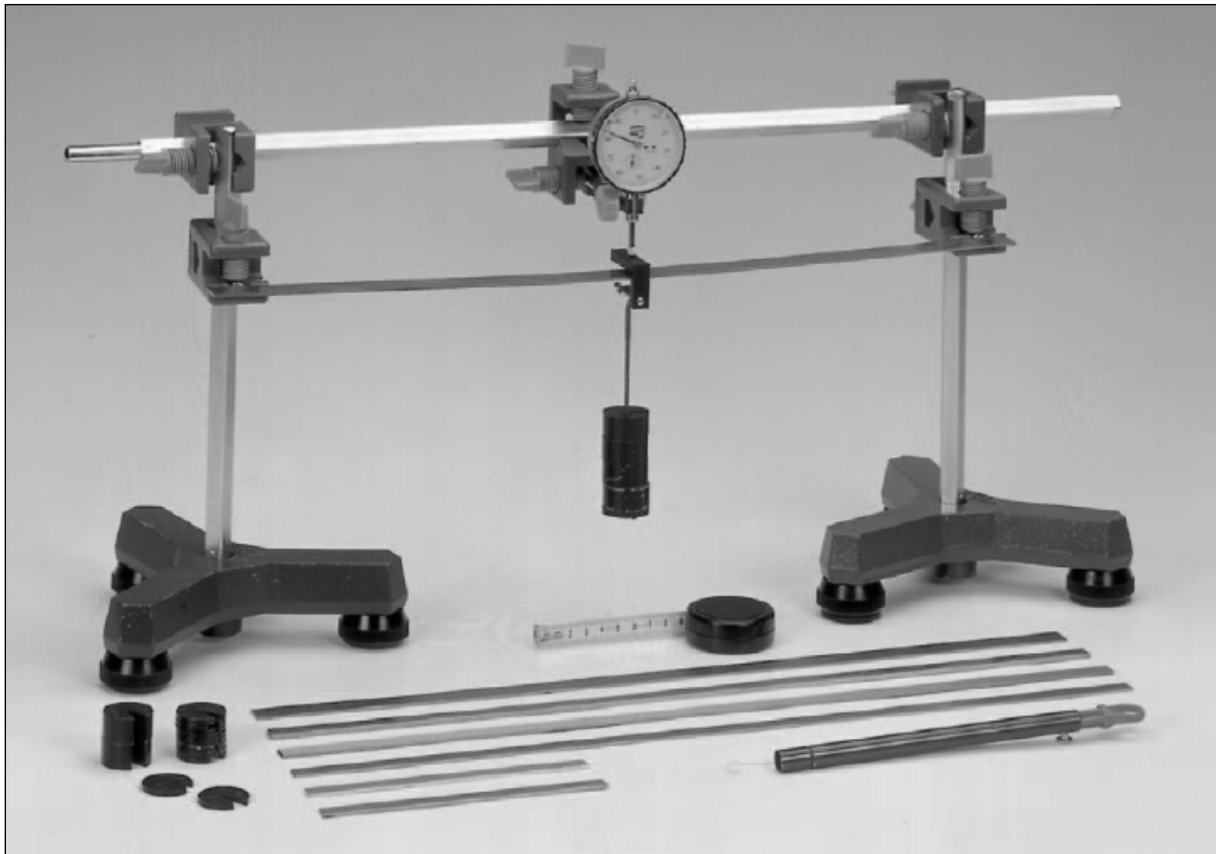


### 3 Stanovenie modulu pružnosti materiálov

#### **Potreby:**

Vzorka 3 vrstvej bukovej preglejky, odchýlkomer KINEX, závažia o hmotnosti 100g, podstavce, meter. Digitálne posuvné meradlo



*Obr. 3.1 Usporiadanie experimentálnej zostavy pre určenie modulu pružnosti*

#### **Teória:**

Mechanické vlastnosti materiálov pri statickom jednoosom zaťažovaní patria medzi veľmi dôležité materiálové vlastnosti najmä pre konštrukčné materiály. Medzi základné mechanické vlastnosti zaraďujeme **Youngov modul pružnosti E**, **medzu elasticity  $\sigma_e$** , **medzu skazu  $\sigma_s$** , **pevnosť  $\sigma_m$**  a **ťažnosť A(%)**. Tieto vlastnosti sa určujú najčastejšie skúškami v ťahu, tlaku, 3 bodovom ohybe, pričom hodnoty získané rôznymi metódami sa buď líšia alebo niektoré sú pre daný typ skúšky nedefinované (hlavne ťažnosť ktorá sa určuje iba pre skúšku ťahom). Pre väčšinu materiálov platí že Youngov modul pružnosti E určený ťahovou skúškou, tlakovou skúškou a 3bodovým ohybom je považovaný za rovnaký. Toto neplatí pre skúšku šmykovú ktorá určuje hodnotu modulu pružnosti v šmyku G ktorá spravidla sa líši od hodnoty E. Na základe týchto 2 druhov modulu sa definuje pojem Poissonova konštanta ktorá je vysoko dôležitá pre modelovanie správania materiálu podrobeného viac druhovému mechanickému zaťaženiu v tom istom čase čo je bežný jav pre materiály použité v konštrukciách.

Uvedené mechanické vlastnosti sa pre každý typ skúšky určujú z deformačnej závislosti ktorú možno vyjadriť buď v tvare závislosti pôsobiacej sily od predĺženia alebo vo všeobecnosti v tvare závislosti napätia od deformácie.

Napätie vo vzorke sa pre homogénne materiály definuje podielom pôsobiacej sily ku ploche ktorá je touto silou zaťažená. Deformácia sa štandardne určuje ako podiel zmeny dĺžky ku pôvodnej dĺžke vzorky.

Závislosť napätia od deformácie má rôzne oblasti s ktorých najdôležitejšie sú tzv. oblasť elastickej deformácie, oblasť plastickej deformácie a oblasť porušovania materiálu.

Pod oblasťou **elastickej deformácie** rozumieme takú oblasť pre ktorú platí, že ak sa odoberie napätie spôsobujúce deformáciu vzorky, tak sa vzorka po určitom čase vráti do pôvodnej polohy.

Pod oblasťou **plastickej deformácie** rozumieme takú oblasť pre ktorú platí, že ak sa odoberie napätie spôsobujúce deformáciu vzorky, tak sa vzorka nikdy už nevráti do pôvodnej polohy, lebo vo vzorke už došlo k posuvu kryštalografických rovín (tvorí sa trhlinka vo vnútri telesa).

Ak je vysoké množstvo kryštalografických rovín posunutých tak väzbové sily sú výrazne oslabené čoho dôsledkom je po následovnom pôsobení napätia postupné porušovanie väzieb materiálu, ktoré končí **lomom materiálu**.

Spôsob porušovania materiálu sa líši od typu deformácie materiálu.

Veľmi dôležitým zákonom, ktorý popisuje elastickejšiu oblasť deformácie je tzv. Hookov zákon, ktorý hovorí

### **Deformácia je priamoúmerná napätiu materiálu.**

Pri mechanickom zaťažovaní sa meria miera deformácie v závislosti od miery napätia materiálu. Hookov zákon možno popísať v nasledovnom tvare (4.1)

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

Kde:

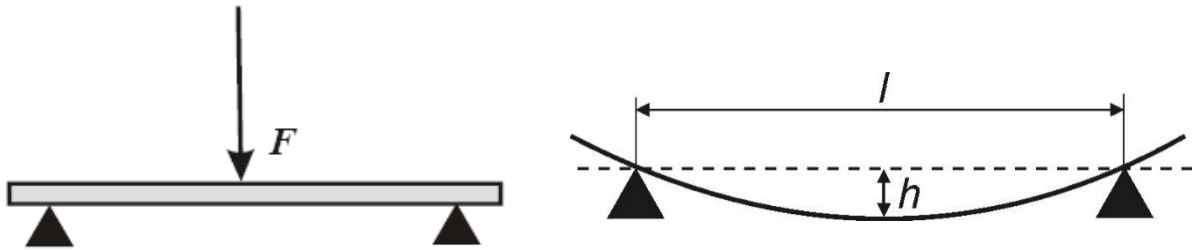
$\sigma$  - napätie materiálu v Pa

$\varepsilon$  - deformácia materiálu, bezrozmerná veličina

$E$  – Youngov modul pružnosti v Pa

Poznámka: Modul pružnosti teda predstavuje mieru deformácie pri danom napätí materiálu. Čím je hodnota modulu pružnosti vyššia, tým vyššia hodnota napätia musí pôsobiť v materiáli aby deformácia bola plastickejšia. Spravidla materiály ktoré majú vyšší modul pružnosti majú aj vyššiu pevnosť a teda sa častejšie používajú ako konštrukčné prvky. Takéto materiály sa zvyknú označovať ako tuhé.

V ďalšom texte opíšeme spôsob určovania modulu pružnosti v ohybe. V prípade, ak je tyč voľne uložená na dvoch podperách a zaťažená v strede silou  $F$ , v mieste podopretia pôsobia na tyč dve sily veľkosti  $F/2$  opačného smeru. Zaťažujúca sila pritom deformuje tyč a výsledkom je priehyb tyče (obr. 3.2).

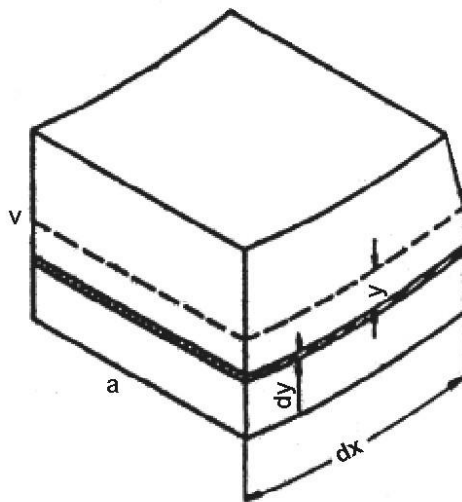


Obr. 3.2 Schéma zaťaženia telesa v ohybe

Sila pôsobiaca na element tyče v smere osi  $x$  spôsobujúca predĺženie elementu tyče je definovaná podľa Hookeovho zákona vzťahom

$$\frac{dF_x}{dS} = E \cdot \frac{dl}{dx}$$

kde  $dS = a \cdot dy$  (podľa obrázka 3.3).



Obr. 3.3 K odvodeniu vzťahu pre priehyb nosníka

Táto sila vytvára moment

$$dM_z = y \cdot dF_x = \frac{2 \cdot E \cdot a \cdot \sigma}{v \cdot dx} \cdot y^2 dy$$

kde  $E$  je modul pružnosti,  $F$  je veľkosť zaťažujúcej sily,  $l$  je vzdialenosť podpier na ktorých je vzorka uložená,  $a$  je šírka vzorky (v smere kolmom na zaťažujúcu silu),  $h$  je prieťah vzorky pri zaťažení danou silou, a  $v$  je výška vzorky (v smere zaťažujúcej sily).

Súčet momentov vytvorených silou  $F_x$  musí byť v rovnováhe s momentom vytvoreným vonkajšou silou  $F_y / 2$ , pre ktorú platí

$$\frac{F_y}{2} \cdot x = \frac{E \cdot a \cdot \sigma \cdot v^2}{6 dx}$$

z čoho úpravou získame výraz v tvare

$$dh = \frac{6.F_y \cdot x^2}{E \cdot a \cdot v^3} dx.$$

Integráciou posledného výrazu získame vzťah pre výpočet priehybu v tvare

$$h = \frac{F \cdot l^3}{4 \cdot E \cdot a \cdot v^3} \quad (3.2)$$

Vzťah pre výpočet modulu pružnosti testovaného materiálu určíme po úprave vzťahu (3.2) v tvare

$$E = \frac{m \cdot g \cdot l^3}{4 \cdot a \cdot h \cdot v^3} \quad (3.3)$$

Kde:

- l – vzdialenosť podpier v m
- a – priemerná šírka vzorky v m
- v – priemerná hrúbka vzorky v m
- h – priehyb vzorky v m
- m – celková hmotnosť závaží na vzorke v kg
- g – gravitačné zrýchlenie rovné 9,81 m.s<sup>-2</sup>

**Cieľ:**

Stanoviť modul pružnosti PMMA bukovej preglejky

**Pracovný postup:**

1. Na vzorke s označením 332/10 určíme 9 krát hodnotu šírky a, hrúbky v. Následne určíme aritmetický priemer pre vzorku preglejky.
2. Experimentálne zariadenie zostavíme podľa obrázka 3.1. Vzdialenosť podpier nastavíme tak aby konce použitej tyče boli na úplnom konci podpier. Dĺžka l je vzdialenosť vonkajších častí podpier od seba (vnútorná časť vzorky nie je zaťažovaná nakoľko je fixovaná plastovou uchýtkou).
3. Na trojboké podstavce položíme vzorku vzorky. Držiak na mikrometrické meradlo umiestnime tak, aby bol pohyblivý piest meradla v strede meranej vzorky medzi podperami. Odmeriame vzdialenosť medzi podperami l.
4. Do stredu vzorky umiestnime nosič závažia, na ktorý naložíme závažia o hmotnosti 1000 g(+10g držiak závaží).
5. Postupne meriame priehyb pri záťažach 1010g, 910g, 810g, 710g až 10g a zaznamenávame nameranú hodnotu výchylky y. Táto nie je totožná s hodnotou priehybu.
6. Určíme hodnotu priehybu tak že od každej hodnoty výchylky pri danej hodnote hmotnosti odčítame hodnotu výchylky pre nezaťaženú vzorku (teda pri hmotnosti 10g). Určujeme z rozdielu hodnôt absolútnu hodnotu.
7. Podľa vzťahu 3.3 vypočítame moduly pružnosti pri jednotlivých zaťažujúcich silách, kde za referenčnú hodnotu berieme hodnotu priehybu pri 10g.
8. Zo získaných hodnôt stanovíme priemernú hodnotu modulu pružnosti  $E_E$  a určíme percentuálnu odchýlku podľa vzťahu  $PO = \frac{|E_E - E_T|}{E_T} \cdot 100\%$ . Tabuľková

hodnota modulu pružnosti E bukovej preglejky závisí od smeru výrezu, od použitého lepidla od počtu vrstiev preglejky, od technológie prípravy vzorky pričom hodnota leží v rozmedzí od 5 GPa po 8 GPa.

**Kontrolné otázky:**

**A.**

1. Definujte a vysvetlite Hookeov zákon!
2. Vysvetlite čo predstavuje Youngov modul pružnosti!

**B.**

1. Ako závisí veľkosť priehybu od šírky vzorky ak hrúbka vzorky a dĺžka vzorky je konštantná?
2. Prečo sa vzorka ohýba v strede dĺžky?