



2 Kinematika hmotného bodu

Ciele:

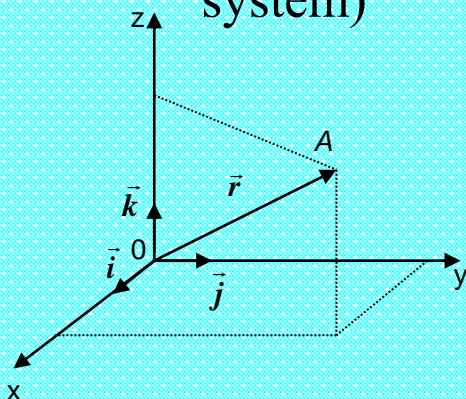
- Definovať základné pojmy kinematiky.
- Definovať veličiny popisujúce kinematiku priamočiarych a krivočiarych pohybov.
- Odvodiť vzťahy pre vybrané druhy pohyby.

Mechanika

- **Kinematika** – opisuje pohyb.
- **Dynamika** – skúma jeho príčiny.

Kinematika hmotného bodu

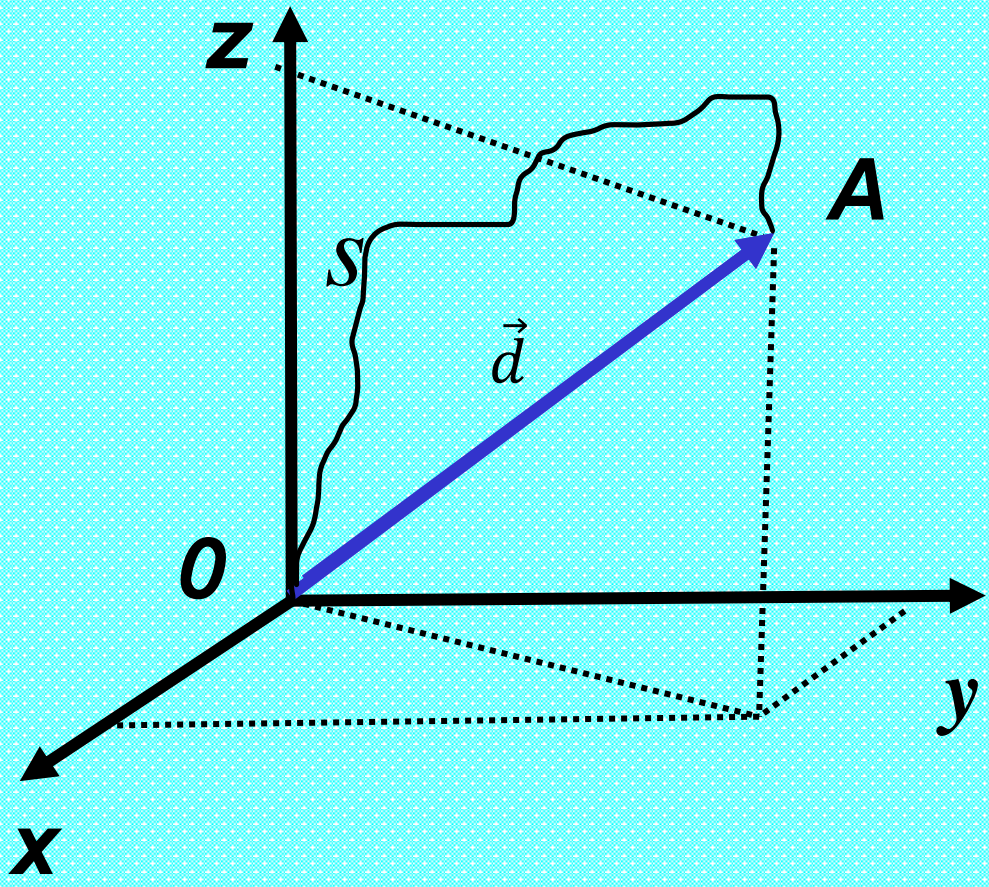
- **Fyzikálne teleso**
- reálne existujúci objekt v časopriestore
- **Hmotný bod**
- model reálneho telesa – s hmotnosťou a zanedbateľnými rozmermi
- **Poloha**
- Určená vždy relatívne vzhľadom na **vzťažnú sústavu** (vzťažný systém)



GPS súradnice TUZVO:
48.572024, 19.118499

Obr. 2.1. Karteziánska súradnicová sústava a GPS súradnice TUZVO

1. Na konkrétnom príklade ilustrujte ako je možné určiť polohu telesa.
2. Účastníci letov v stratosférickych balónoch často nevedia určiť bez prístrojov, či sa balón vôbec pohybuje. Prečo?
3. Na konkrétnom príklade opíšte situáciu, kedy je jedno teleso súčasne v pokoji a zároveň v pohybe.
4. Ktoré časti kolesa sa vzhľadom na koľajnicu pohybujú rýchlejšie ako je ťažisko, a ktoré body sa nepohybujú?
5. Na ceste medzi Zvolenom a Breznom vysvetlite pojmy: poloha, trajektória, dráha, posunutie.
6. Aký je rozdiel medzi trajektóriou, dráhou a posunutím?
7. Pri akých pohyboch je dráha väčšia (rovná, menšia) veľkosti posunutia?
8. Pri akom pohybe je posunutie nulové a prejdená dráha nenulová?



Priemerná rýchlosť

[m.s⁻¹]

$$v_p = \frac{s}{t}$$

Okamžité zrýchlenie

[m.s⁻²]

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Okamžitá rýchlosť

[m.s⁻¹]

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Priemerné zrýchlenie

[m.s⁻²]

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

1. Aký je rozdiel medzi okamžitou a priemernou rýchlosťou?
2. Akú rýchlosť pri nerovnomernom pohybe ukazuje tachometer?
3. Kedy sa okamžitá a priemerná rýchlosť navzájom rovnajú?
4. Zrýchlenie výtahu je 2 m/s² smerom nadol. Akým smerom sa pohybuje výtah?
5. Vlak sa pohybuje zrýchlene a na konci štvrtej sekundy je jeho rýchlosť 6 m/s. Je prejdená dráha počas štvrtej sekundy väčšia, menšia alebo rovná 6 m?
6. Dva vlaky idú oproti sebe jeden zrýchlene na sever a druhý spomalene na juh. Aký smer majú zrýchlenia vlakov?
7. Auto sa pohybuje rovnomerne rýchlosťou 100 km/h počas 20 minút. Aké je jeho zrýchlenie?
8. Prečo vzťah $a = \frac{v}{t}$ nie je správny?

Klasifikácia pohybov

podľa tvaru trajektórie hmotného bodu

$\vec{v} = \text{konšt.}$ $\vec{v} = 0$

$$\vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{v}$$

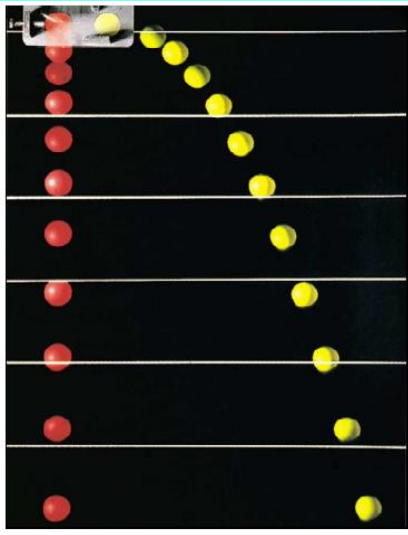
$\vec{v} = 0$

ak smer $\vec{v} = \text{konšt.}$

pohyb je **priamočiary**

ak smer $\vec{v} \neq \text{konšt.}$

pohyb je **krivočiary**



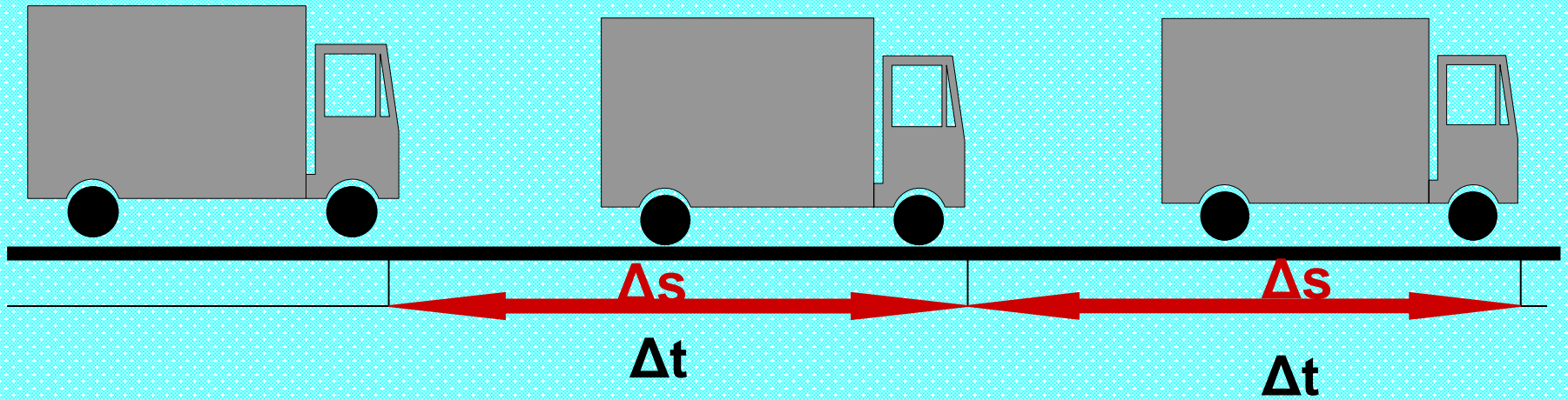
Obr. 2.2 Priamočiary a krivočiary pohyb (Halliday, 1997)

Klasifikácia pohybov

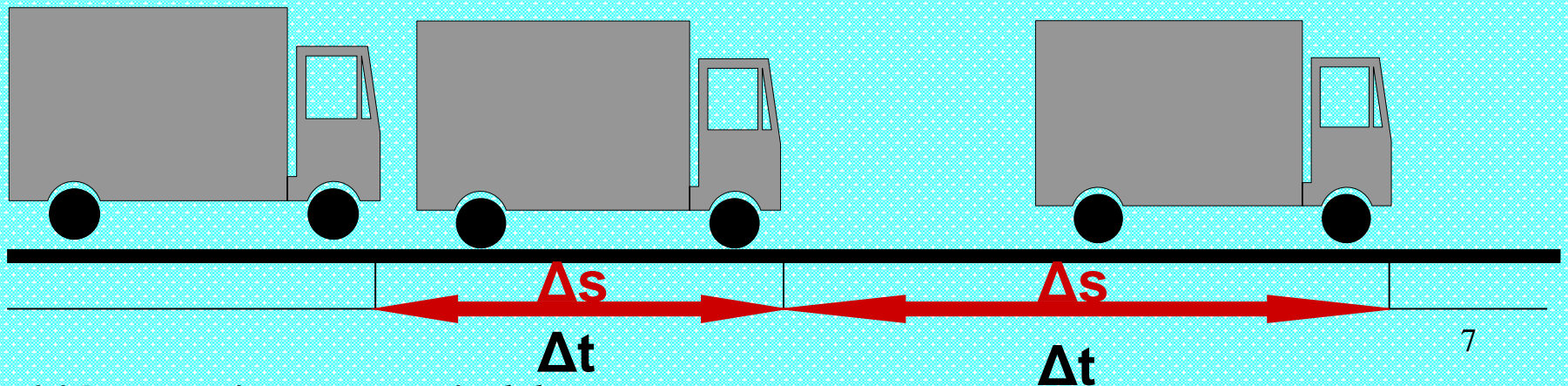
podľa rýchlosti

$$\vec{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ak veľkosť $v = \text{konšt.}$ → pohyb **rovnomerný**

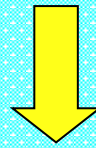


ak veľkosť $v \neq \text{konšt.}$ → pohyb **nerovnomerný**

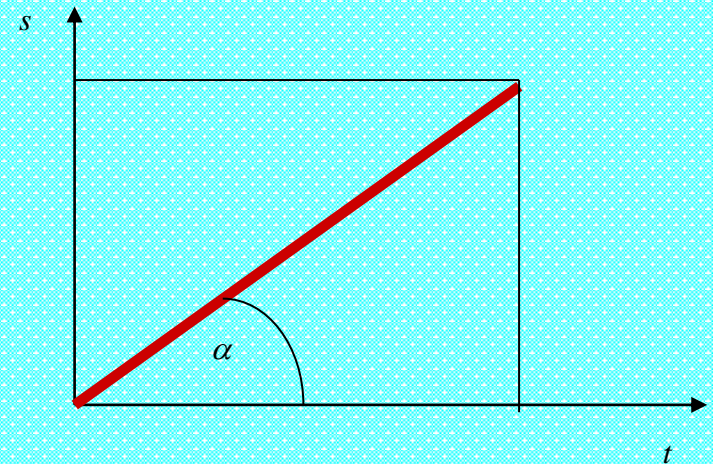
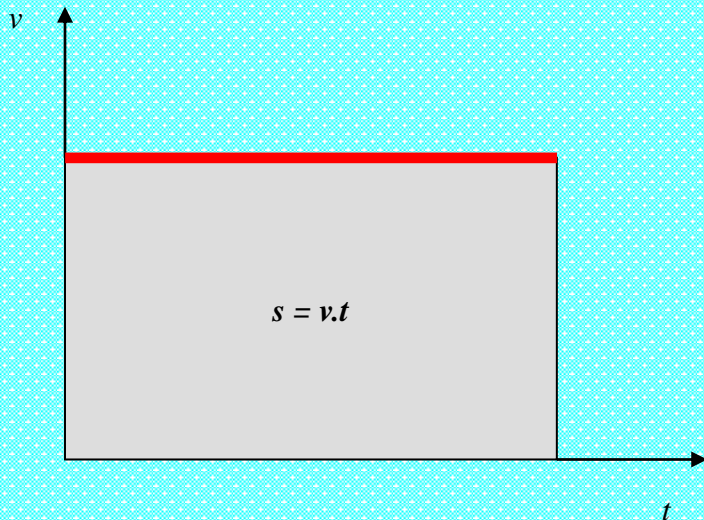


Rovnomerný priamočiary pohyb

$$v = \text{konšt.}, \vec{v} = \text{konšt.}, \vec{a} = 0$$



$$s = v \cdot t$$



Obr. 2.4 Grafy závislosti rýchlosti od času a dráhy od času pri rovnomernom pohybe

Rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb

$$v \neq \text{konšt.}, \vec{v} = \overset{\rightarrow 0}{\text{konšt}}, \vec{a} = \text{konšt.}$$

Tento pohyb je **NEROVNOMERNÝ** – mení sa veľkosť rýchlosti

$$v = v_0 + a.t$$

$$s = v_0.t + \frac{1}{2} a.t^2$$

$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$$

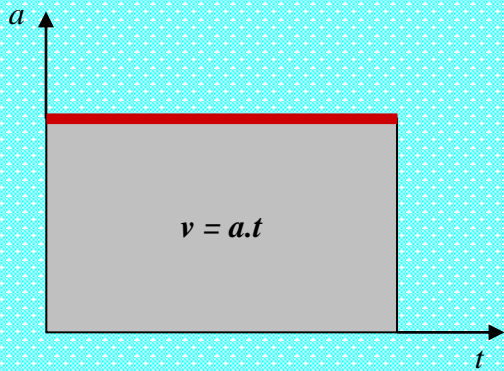
$$v = v_0 - a.t$$

Rovnomerne
spomalený
pohyb

$$s = v_0.t - \frac{1}{2} a.t^2$$

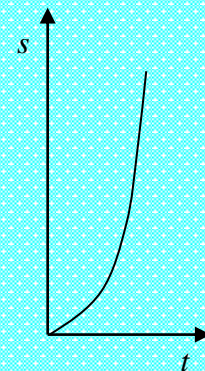
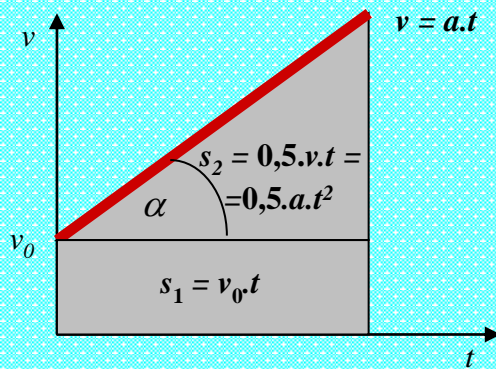
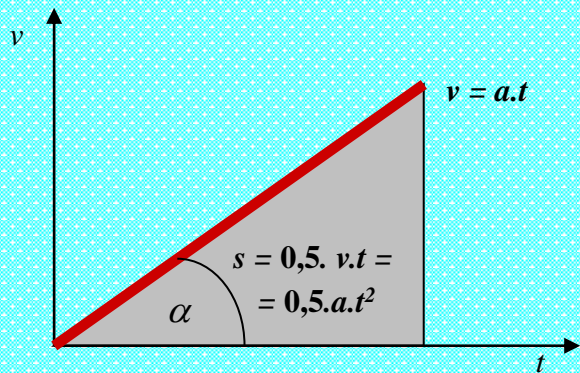
$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$$

Znázornite grafy závislosti dráhy (rýchlosti a zrýchlenia) od času



$$v = v_0 + a.t$$

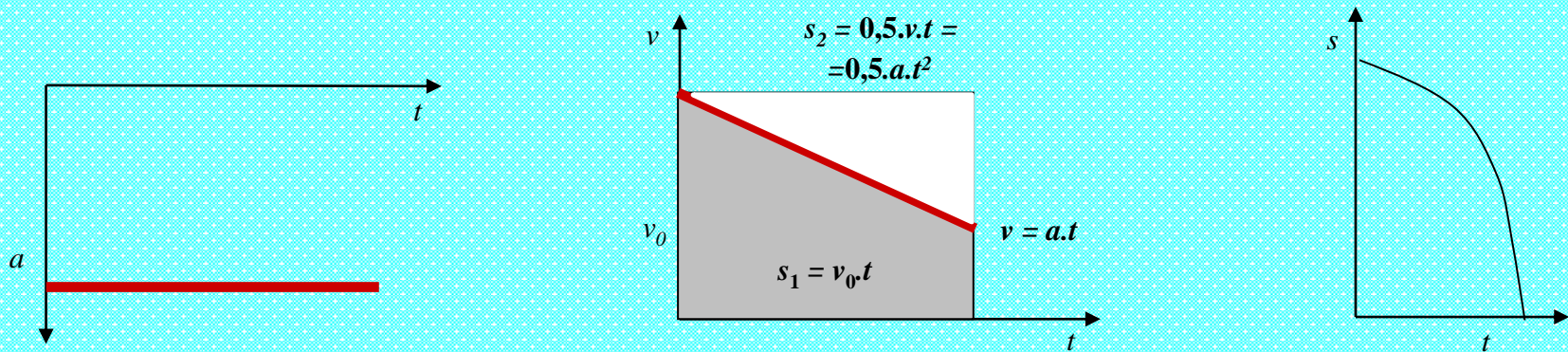
$$s = v_0.t + \frac{1}{2} a.t^2$$



Obr. 2.5 Grafy závislosti zrýchlenia od času, rýchlosti od času a dráhy od času pri rovnomerne zrýchlenom pohybe

$$v = v_0 - a \cdot t$$

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$$



Obr. 2.6 Grafy závislosti zrýchlenia od času, rýchlosti od času a dráhy od času pri rovnomerne spomalenom pohybe

Hasičský automobil, ktorého rýchlosť je na začiatku $36 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a po 10 sekundách $54 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ sa pohybuje stále s rovnakým zrýchlením:

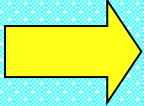
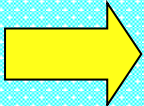
- a) Znázornite danú situáciu na obrázku a vyznačte v ňom vektor počiatocnej rýchlosti i konečnej rýchlosti po 10 sekundách. Takisto vyznačte v obrázku smer zrýchlenia i dráhu automobilu.
- b) Zadefinujte zrýchlenie pohybu automobilu slovne a zapíšte definíciu vzťahom. Definujte okamžité i priemerné zrýchlenie
- c) Aké pohyby koná automobil, ak zrýchlenie jeho pohybu je konštantné a pohybuje sa po priamočiarej trajektórii? Automobil považujeme za hmotný bod. Charakterizujte tieto pohyby.
- d) Napíšte vzťahy, ktoré opisujú rýchlosť i dráhu automobilu ako funkciu času pri tomto pohybe.
- e) Pri akom pohybe sa okamžitá a priemerná rýchlosť rovnajú? Aké je v tomto prípade zrýchlenie pohybu?
- f) Vypočítajte veľkosť jeho zrýchlenia.
- g) Akú dráhu prejde počas týchto 10 s?

Krivočiare pohyby

- mení sa smer vektora rýchlosti
- sú zrýchlené, bez ohľadu na to, či sa mení veľkosť rýchlosti.

Rovnomerný pohyb po kružnici

$$\vec{\omega} = \text{konšt.}$$

- **Periód**a (T)  čas potrebný na jeden úplný obeh po kružnici
[s]
- **Frekvencia** (f)  $f = 1/T$ prevrátená hodnota periód
[Hz = s⁻¹]
(Hertz) udáva počet obbehov po kružnici za jednotku času

Obr. 2.7 Londýnske oko (135 m) (Luxury Life 2U, 2011)



- Uhlová dráha za 1 periódu $\Rightarrow \varphi = 2.\pi$ [rad]
- Obežná dráha $\Rightarrow s = 2.\pi.r$ [m]

$$s = \varphi.r$$

Pre jeden obch platí:

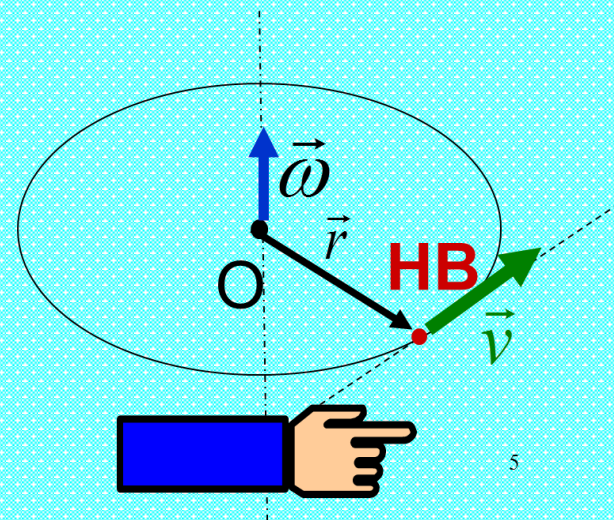
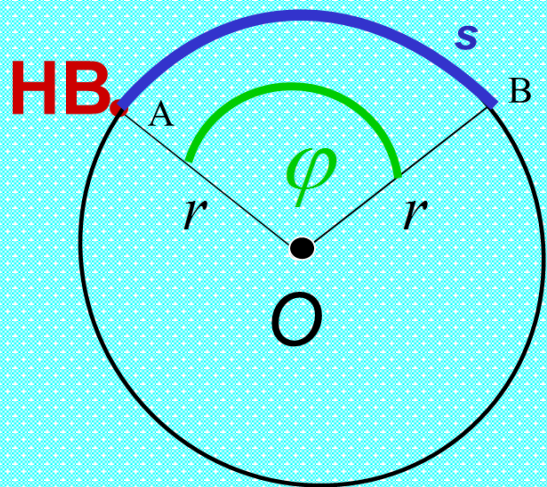
$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

$$v = 2.\pi.f.r$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$v = \omega.r \quad \text{analogicky}$$

$$a = \varepsilon.r$$



Obr. 2.8 Uhlová dráha a uhlová rychlost

Analogické veličiny pre priamočiary pohyb a pohyb po kružnici

Tab. 2.1 Priamočiary pohyb a pohyb po kružnici.

Priamočiary pohyb	Pohyb po kružnici
s	$\varphi = \frac{s}{r}$
$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
$a = \frac{dv}{dt}$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
$v = v_0 \pm a.t$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$
$s = v_0.t \pm \frac{1}{2} a.t^2$	$\varphi = \omega_0.t \pm \frac{1}{2} \varepsilon.t^2$

Tangenciálne a normálové zrýchlenie

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

stred krivosti
trajektórie

polomer krivosti

R

celkové zrýchlenie

\vec{a}

v

normálové (dostredivé)
zrýchlenie

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

mení smer rýchlosti

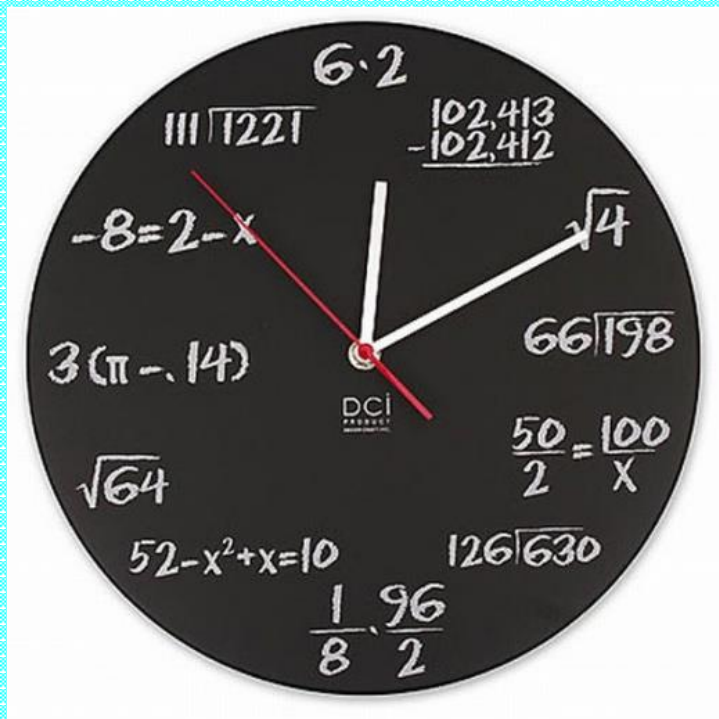
HB

tangenciálne
zrýchlenie

trajektória

mení veľkosť
rýchlosti

Tangenciálne a normálové zrýchlenie



Obr. 2.9 Matematické hodiny a pohyb po kružnici

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

0

Rovnomerný pohyb

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{a}_n \\ a &= \frac{v^2}{R} \end{aligned}$$

0

Priamočiary pohyb

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{a}_t \\ a &= \frac{dv}{dt} \end{aligned}$$

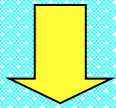
Pohyby v homogénnom tiažovom poli Zeme

a) Voľný pád

- Priamočiary rovnomerne zrýchlený pohyb (vo vákuu)
- Teleso je voľne pustené v tiažovom poli $v_0 = 0$
- Jeho zrýchlenie je $a = g$
- Tiažové zrýchlenie $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

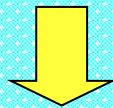
Rovník $g = 9,78 \text{ m.s}^{-2}$, póly $g = 9,83 \text{ m.s}^{-2}$

$$v = v_0 + a.t$$

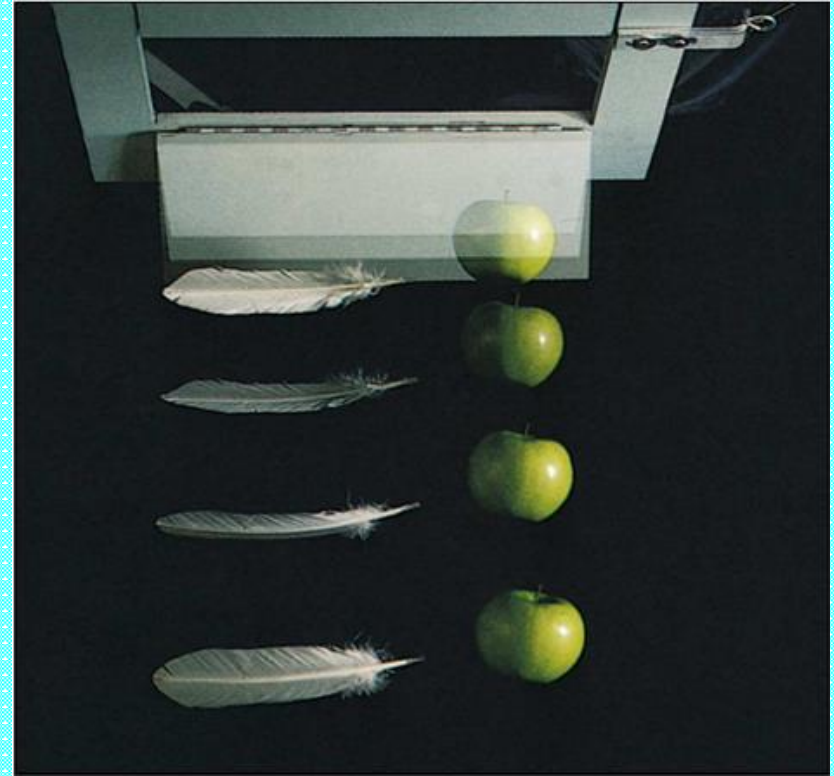


$$v = g.t$$

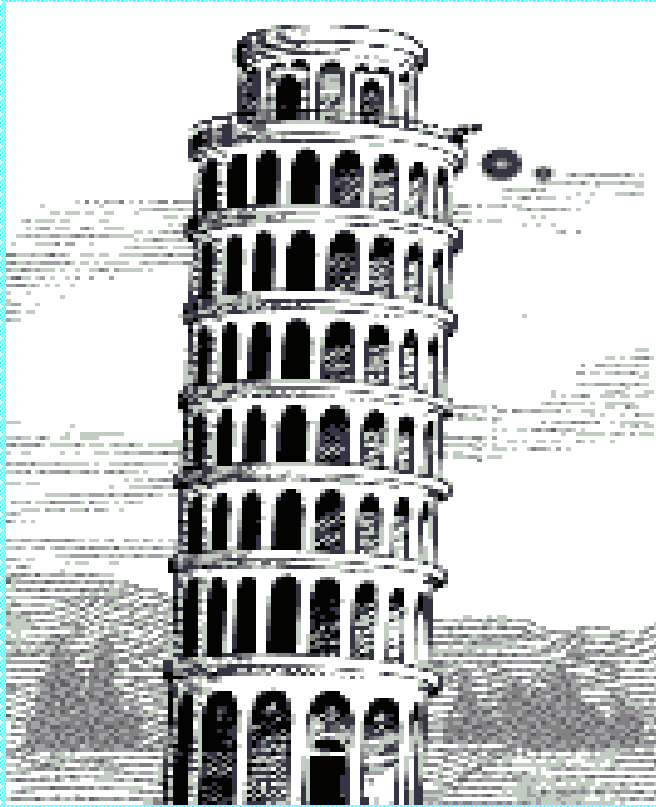
$$s = v_0.t + \frac{1}{2} a.t^2$$



$$s = \frac{1}{2} g.t^2$$



Obr. 2.10 Voľný pád



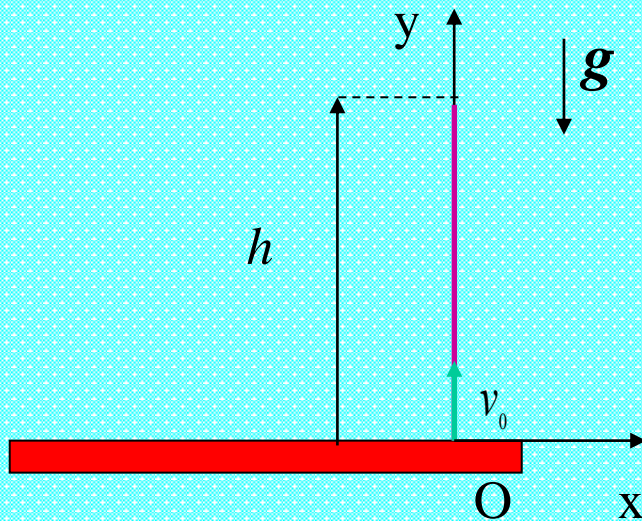
Obr. 2.11 Šikmá veža v Pise. Z nej Galilei uskutočňoval prvé merania veličín pri voľnom páde (Siegel, 2008)

b) Vrhy

- Sú pohyby **zložené** z pohybu rovnomerného priamočiareho v smere počiatocnej rýchlosti a voľného pádu
- Predpokladáme pohyb telesa v bezodporovom prostredí

Zvislý vrh nahor (pohyb priamočiary rovnomerne spomalený):

- Teleso je vrhnuté rýchlosťou v_0 proti smeru tiažového zrýchlenia



Zvislý vrh nahor

$$x = 0, \quad v_x = 0$$

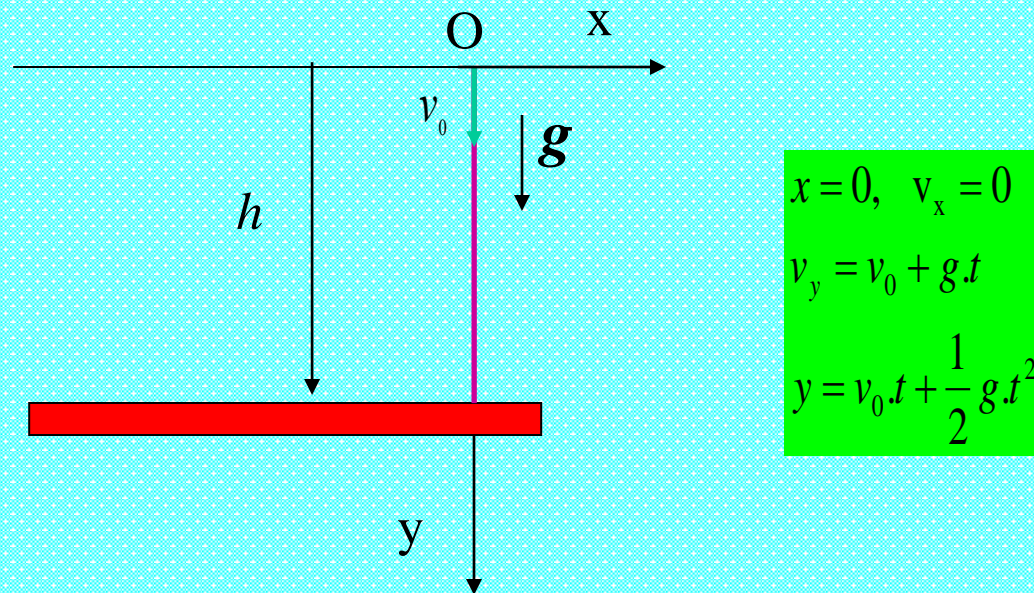
$$v_y = v_0 - g \cdot t$$

$$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Obr. 2.12 Zvislý vrh nahor

Zvislý vrh nadol (*pohyb priamočiary rovnomerne zrýchlený*):

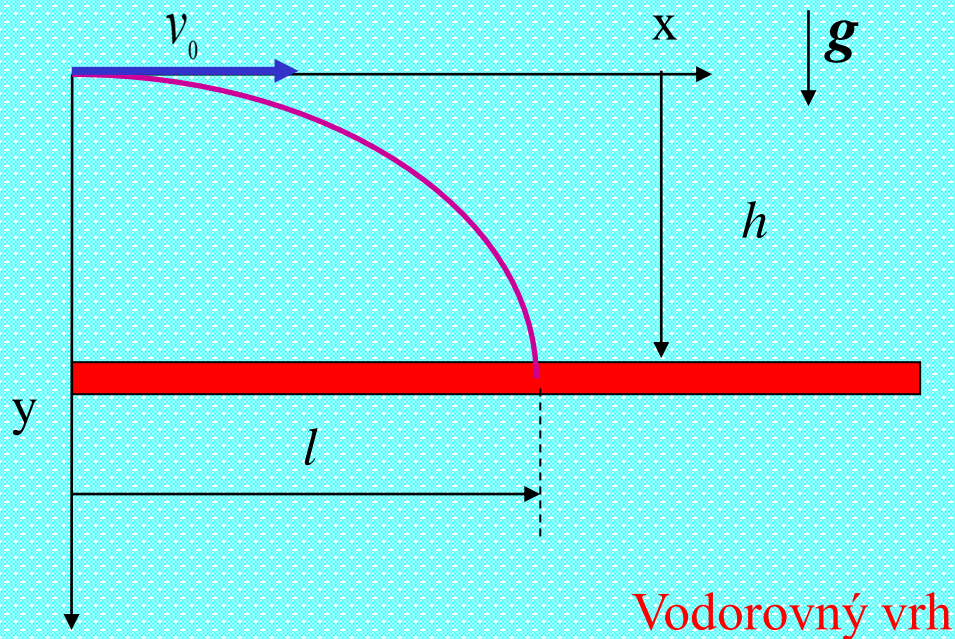
- Teleso je vrhnuté rýchlosťou v_0 v smere tiažového zrýchlenia



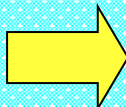
Obr. 2.13 Zvislý vrh nadol

Vodorovný vrh (pohyb v rovine po časti paraboly):

- Teleso je vrhnuté rýchlosťou v_0 kolmo na smer tiažového zrýchlenia

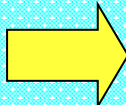


Obr. 2.14 Vodorovný vrh

V smere osi x rovnomerný pohyb 

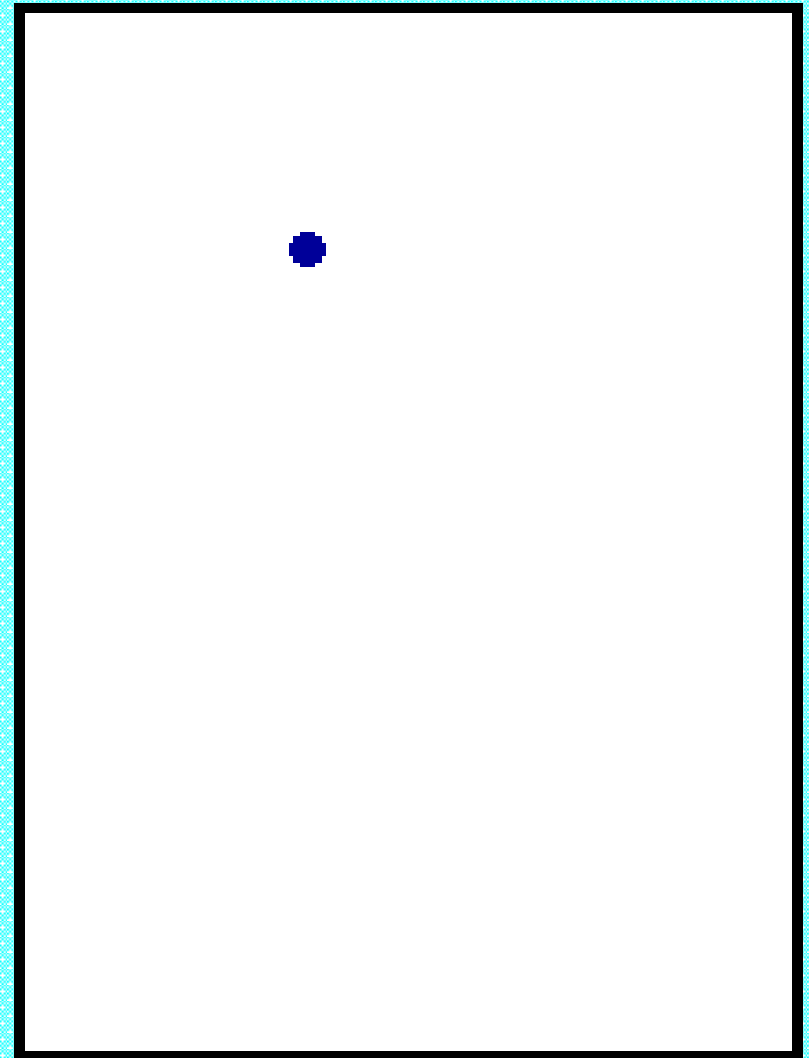
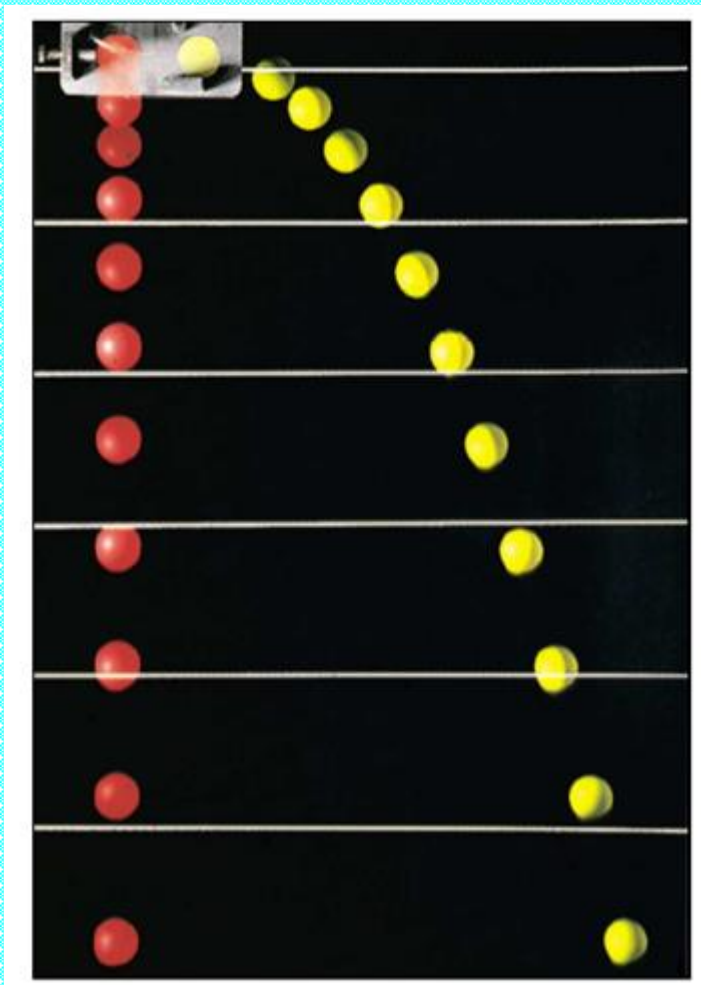
$$v_x = v_0$$

$$x = v_0 \cdot t$$

V smere osi y voľný pád 

$$v_y = g \cdot t$$

$$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

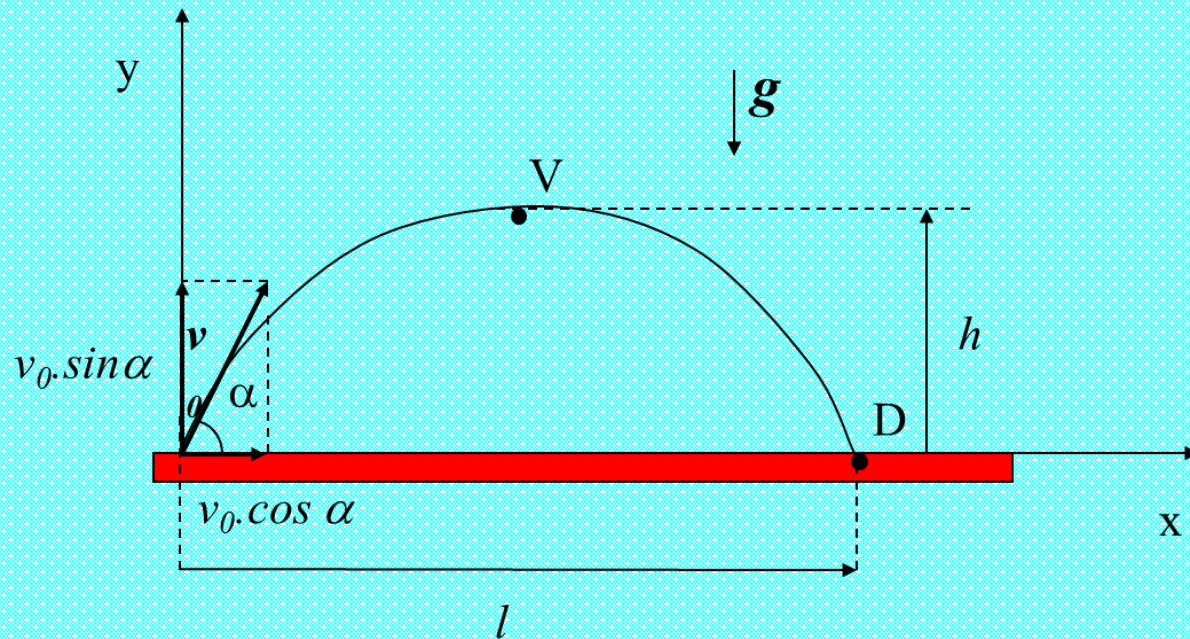


Obr. 2.15 Porovnanie voľného pádu a vodorovného vrhu (Halliday, 1997)

Šikmý vrh (pohyb v rovine po časti paraboly):

- Teleso je vrhnuté rýchlosťou v_0 pod elevačným uhlom α .

Vo vzduchu by sa pohybovalo po balistickej krivke



Obr. 2.16 Šikmý vrh

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$$

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha$$

$$y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

1. Prečo bomba zhodená z horizontálne letiaceho lietadla nepadá kolmo nadol?
2. Kam dopadne bomba zhodená z horizontálne letiaceho lietadla? Pred lietadlo, pod lietadlo, alebo za lietadlo? Diskutujte všetky možné prípady.
3. Z rovnakej výšky v tom istom čase je vodorovne vrhnutá guľa a zároveň taká istá guľa voľne pustená. Ktorá guľa dopadne skôr na podložku?
4. Aký smer má zrýchlenie náboja, keď opustí hlaveň a zanedbáme odpor vzduchu?
5. V ktorom bode svojej trajektórie má vystrelený náboj najväčšiu rýchlosť?

Zdroje obrázkov

1. Halliday D., Resnick R., Walker J. 1997. Fyzika. Praha : VUTIUM a PROMETHEUS, 1997. ISBN 80-214-1869-9.
2. Luxury Life 2U. 2011. Top 10 Best Honeymoon Destinations Around the World # 7 - London, England . [Online] 17. 5 2011. [Dátum: 10. 6 2011.] http://luxurylife2u.blogspot.com/2011/05/top-10-best-honeymoon-destinations_2223.html.
3. Siegel, E. 2008. the Tower of Pisa. [Online] 29. 5 2008. [Dátum: 20. 6 2011.] <http://startswithabang.com/?p=540>.