

2 Moment zotrvačnosti prstenca

Teória

Moment zotrvačnosti je dôležitou fyzikálnou veličinou z mechaniky, s ktorou sa podobne ako s pojmami moment sily a uhlové zrýchlenie, stretávame pri štúdiu dynamiky rotačného pohybu. Súvislosť spomenutých troch veličín vyjadruje pohybový zákon rotačného pohybu, ktorý je analógiou 2. Newtonovho zákona pre translačný pohyb. Moment zotrvačnosti je mierou tej vlastnosti telesa, ktorú by sme mohli nazvať zotrvačnosťou pri rotačnom pohybe. Závisí nielen od hmotnosti telesa, ale aj od jej rozloženia vzhľadom k osi rotácie.

Moment zotrvačnosti je daný vzťahom

$$J = \int_m r^2 dm = \int_v r^2 \rho \cdot dV \quad (2.1)$$

kde r je vzdialenosť elementu hmotnosti dm od osi rotácie, ρ hustota a dV objem elementu. Pri výpočte momentu zotrvačnosti treba objemové elementy voliť tak, aby vzdialenosť všetkých bodov elementu od osi rotácie bola takmer rovnaká.

Moment zotrvačnosti dutého valca (resp. prstenca) vzhľadom na pozdĺžnu os prechádzajúcu ťažiskom je

$$J_T = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2) \quad (2.2)$$

kde R_1 a R_2 sú vonkajší a vnútorný polomer prstenca a m jeho hmotnosť.

Ak os rotácie (prechádzajúca bodom A) neprechádza ťažiskom, moment zotrvačnosti vzhľadom k tejto osi (J_A) vypočítame podľa vzťahu (Steinerova veta)

$$J_A = J_T + m.l^2 \quad (2.3)$$

kde J_T je moment zotrvačnosti vzhľadom k rovnobežnej osi prechádzajúcej ťažiskom, m hmotnosť telesa, l je vzdialenosť ťažiska od osi rotácie (v tomto prípade vnútorný polomer $l = R_2$).

Z poslednej rovnice dostávame

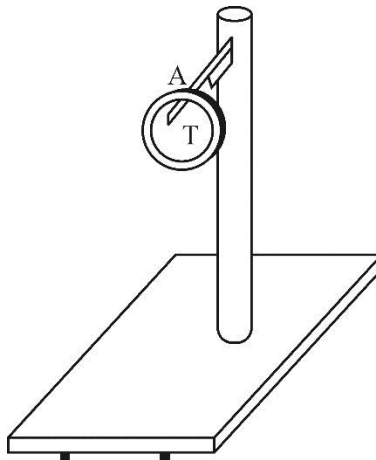
$$J_T = J_A - m.l^2 \quad (2.4)$$

Prstenec zavesený na trojboký hranol stojana, po vychýlení z rovnovážnej polohy a uvoľnení, bude konať kmitavý pohyb ako fyzikálne kyvadlo, pre periódu ktorého platí

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m \cdot g \cdot l}} \quad (2.5)$$

Z poslednej rovnice

$$J_A = \frac{T^2 m \cdot g \cdot l}{4\pi^2} \quad (2.6)$$



Obr. 2.1 Prstenec zavesený na stojane

Pomôcky

Masívny kovový prstenec, stojan s trojbokým hranolom okolo ktorého môže kmitať prstenec, posuvné meradlo, váhy, stopky (obr. 2.1).

Cieľ

Experimentálne overenie Steinerovej vety.

Pracovný postup

1. Zistíme hmotnosť prstenca vážením analytickými váhami.
2. Odmeriame vonkajší priemer a hrúbku prstenca a z týchto nameraných hodnôt určíme hodnoty R_1 , R_2 a l .
3. Zavesíme prstenec na hranol stojana, vychýlime ho z rovnovážnej polohy, necháme kmitať a stopkami odmeriame periódu takto zostaveného fyzikálneho kyvadla tak, že odmeriame dobu trvania 20-tich kmitov a tento čas vydělíme 20-timi. Meriame 3-krát a z nameraných hodnôt určíme priemernú hodnotu periódy.
4. Vypočítame J_A zo vzťahu (2.6).
5. Vypočítame J_T zo vzťahu (2.4).
6. Vypočítame J_T zo vzťahu (2.2).

Kontrolné otázky

A.

1. Formulujte základný zákon dynamiky rotačného pohybu a poukážte na analógie a rozdiely s 2. Newtonovým pohybovým zákonom.
2. Vysvetlite pojmy: kmit, kyv, perióda a frekvencia.
3. Vyjadrite slovami Steinerovu vetu.
4. Kedy má krasokorčuliar pri piruete väčší moment zotrvačnosti: pri upažení alebo pri vzpažení rúk a prečo?

B.

1. Vyjadrite percentuálnu odchýlku J_{T_E} získaného experimentálne metódou fyzikálneho kyvadla – vzťah (2.4) od hodnoty J_{T_T} získanej výpočtom podľa (2.2) pomocou vzťahu $PO = |J_{T_E} - J_{T_T}| \cdot 100\% / J_{T_T}$.
2. Poukážte na možné nepresnosti pri riešení tejto úlohy.

Vyhodnotenie